ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის

სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის
მათემატიკის დეპარტამენტი

საბაკალავრო პროგრამის დასახელება: მათემატიკა

მარიამ ყაზაიშვილი

ოპტიმალური საწყისი მონაცემების არსებობის შესახებ კვაზი-წრფივი სამართი ნეიტრალური დიფერენციალური განტოლებისთვის

ნაშრომი შესრულებულია მათემატიკის ბაკალავრის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: თამაზ თადუმაძე
ფიზიკა–მათემატიკურ მეცნიერებათა დოქტორი
პროფესორი

თბილისი 2022 წელი

ს ა რ ჩ ე ვ ი

ანოტაცია

ნაშრომში, კვაზი-წრფივი ნეიტრალური დიფერენციალური განტოლებისთვის

$$\dot{x}(t) = A(t, x(t), v(t))\dot{x}(\sigma(t)) + f(t, x(t), u(t)), t \in [t_0, t_1],$$

ზოგადი სასაზღვრო პირობებითა და ფუნქციონალით დამტკიცებულია ოპტიმალური საწყისი მონაცემების არსებობის თეორემა. გარდა ამისა, არსებობის ზოგადი თეორემა დაკონკრეტებულია: ინტეგრალური ფუნქციონალის შემთხვევისთვის; ეკონომიკური ზრდის მოდელისთვის. ნაშრომში, საწყისი მონაცემების ქვეშ იგულისხმება საწყისი t_0 და საბოლოო t_1 მომენტებისთვის, x_0 საწყისი ვექტორის, $v(t)$ და $u(t)$ მართვის ფუნქციების ერთობლიობა. ანალოგიური საკითხი, ადრე განხილული იყო იმ შემთხვევაში, როცა $\sigma(t) = t - \sigma, \sigma > 0,$ ხოლო საწყისი და საბოლოო მომენტები იყო ფიქსირებული. ამ თვალსაზრისით, ნაშრომში მიღებული შედეგები ახალია. ცნობილია, რომ საწყისი მონაცემების, გარკვეული აზრით, ოპტიმალური შერჩევა გამოიყენება კონკრეტული ამოცანების მიახლოებითი ამონახსნის აგებაში, შებრუნებული ამოცანების ამოხსნაში.

ნაშრომში მიღებული შედეგების შესახებ გაკეთებული იყო მოხსენება კონფერენციაზე ”თსუ ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXVI საერთაშორისო გაფართოებული სხდომები”, 19-21 აპრილი, 2022 წელი, www.viam.science.tsu.ge/enlarged/2022/programa_geo.pdf

Summary

On the existence of an optimal initial data for the controlled quasi-linear neutral equation

In the work, for the quasi-linear neutral differential equation

$$\dot{x}(t) = A(t, x(t), v(t))\dot{x}(\sigma(t)) + f(t, x(t), u(t)), t \in [t_0, t_1],$$

with the general boundary conditions and functional the existence theorem of an optimal initial data is proved. Besides, the existence general theorem is concretized: for the case of integral functional; for the economical grouth model. In the work, under the initial data we imply the collection of the initial t_0 and final t_1 moments, the initial vector x_0, $v(t)$ and $u(t)$ moments, the initial vector Earlier, a similar question was considered in the case when $\sigma(t) = t - \sigma, \sigma > 0,$ the initial and final moments were fixed. In this point of view , the results obtained in the paper are new. It is well known that selection of an optimal data, in some sense, is used in constructing an approximate solution for specific problems, in solving of the inverse problems. On the results obtained in the work a report was made on the conference "XXXVI InternationalEnlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics of TSU", April 19-21, 2022,

http://www.viam.science.tsu.ge/enlarged/2022/program_eng.pdf

შესავალი

ნეიტრალური დიფერენციალური განტოლება არის ისეთი სისტემის მათემატიკური მოდელი, რომლის ყოფაქცევა დროის მოცემულ მომენტში დამოკიდებულია სისტემის სიჩქარეზე წარსულში ანუ სიჩქარის წინა ისტორიაზე. მრავალი რეალური პროცესი აღიწერება ნეიტრალური დიფერენციალური განტოლებებით [1-3]. საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ეკონომიკური ზრდის თეორიული მათემატიკური მოდელი.

ვთქვათ $p(t)$ არის დროის t მომენტში წარმოებული პროდუქციის რაოდენობა გამოსახული ფულად ერთეულში. ეკონომიკური ზრდის ფუნდამენტურ კანონის თანახმად

$$p(t) = a(t) + i(t), \qquad (1)$$

სადაც $a(t)$ არის ფულის რაოდენობა ხელფასებისთვის და სხვადასხვა სოციალური პროგრამებისთვის; არის $i(t)$ ფულის რაოდენობა შიგა ინვესტეციებისთვის (ახალი დანადგარებისა და ტექნოლოგიების შეძენა). განვიხილოთ შემთხვევა

$$a(t) = a(t, p(t), \dot{p}(t), u(t)), \qquad (2)$$

$$i(t) = b(t, p(t), \dot{p}(t), u(t)) + c(t, v(t))\,\ddot{p}(\sigma(t)) + d\,\ddot{p}(t), \qquad (3)$$

სადაც $v(t) \in [v_1, v_2]$ და $u(t) \in [u_1, u_2]$ არის სკალარული მართვის ფუნქციებია; $v_2 > v_1 > 0$, და $v_2 > v_1 > 0$ $d > 0$ -მოცემული რიცხვებია; $\sigma(t) < t$ არის ე. წ. დაგვიანების ფუნქცია.

(3) ფორმულა გვიჩვენებს რომ ინვესტიციის მოცულობა t მომენტში დამოკიდებულია გამოშვებული პროდუქციის რაოდენობაზე, სიჩქარეზე ანუ პროდუქციის ნაკადზე და აჩქარებაზე, აგრეთვე აჩქარებაზე წარსულში. (1)-(3) ფორმულიდან მივიღებთ განტოლებას

$$\ddot{p}(t) = \frac{1}{d}\left[x(t) - a\big(t, \dot{p}(t), u(t)\big) - b\big(t, p(t), \dot{p}(t), u(t)\big) - c\big(t, v(t)\big)\ddot{p}\big(\sigma(t)\big)\right]$$

რომელიც ეკვივალენტურია შემდეგი კვაზი-წრფივისამართი ნეიტრალური დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის

$$\begin{cases} \dot{x}^1(t) = x^2(t), \\ \dot{x}^2(t) = \dfrac{1}{d}\left[x^1(t) - a(t, x^1(t), x^2(t), u(t)) - b(t, x^1(t), x^2(t), u(t)) - c(t, v(t))\dot{x}^2(\sigma(t))\right], \end{cases} \qquad (4)$$

სადაც $x^1(t) = p(t).$

(4) განტოლებას ეწოდება **კვაზი-წრფივი** ნეიტრალურ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა, რადგან მისი მარჯვენა მხარე წრფივად არის დამოკიდებული სიჩქარის წინაისტორიაზე.

ნაშრომში, კვაზი-წრფივი ნეიტრალური დიფერენციალური განტოლებისთვის

$$\dot{x}(t) = A(t, x(t), v(t))\dot{x}(\sigma(t)) + f(t, x(t), u(t)), t \in [t_0, t_1],$$

საწყისი პირობით

$$x(t) = \varphi(t),\ t \in [\sigma(t_0), t_0),\ x(t_0) = x_0,$$

ზოგადი სასაზღვრო პირობებით

$$q^j(t_0, t_1, x_0, x(t_1)) = 0,\ j = 0, \ldots, l,$$

და ფუნქციონალით

$$q^0(t_0, t_1, x_0, x(t_1)) \to \min$$

დამტკიცებულია ოპტიმალურისაწყისი მონაცემების არსებობის თეორემა 1.1.გარდა ამისა,თეორემა 1.1 დაკონკრეტებულია: ამოცანისთვის ფიქსირებული ბოლოებით და ინტეგრალური ფუნქციონალით (თეორემა 1.2); (4) მოდელის შესაბამისი ამოცანისთვის (თეორემა 1.3).ნაშრომში, საწყისი მონაცემების ქვეშ იგულისხმება საწყისი t_0 და საბოლოო t_1 მომენტებისთვის, x_0 საწყისი ვექტორის, $v(t)$ და $u(t)$ მართვის ფუნქციების ერთობლიობა. ანალოგიური საკითხი, ადრე, განხილული იყო [3] ნაშრომში იმ შემთხვევისთვის როცა $\sigma(t) = t - \sigma, \sigma > 0,$ ხოლო საწყისი და საბოლოო მომენტები იყო ფიქსირებული. ამ თვალსაზრისით, ნაშრომში მიღებული შედეგები გარკვეულ სიახლეს წარმოადგენს. საწყისი მონაცემების ოპტიმალური შერჩევა გამოიყენება საწყისი მონაცემების ოპტიმიზაციის ამოცანებისა და შებრუნებული ამოცანების მიახლოებით ამოხსნაში.

საბაკალავრო ნაშრომი შედგება 23 გვერდისგან,- სამი პარაგრაფისგან. პირველ პარაგრაფში მოყვანილია ამოცანის დასმა და ჩამოყალიბებულია ოპტიმალური საწყისი მონაცემების არსებობის ძირითადი თეორემა 1.1, აქვე მოყვანილია თეორემა 1.2 და 1.3, რომლებიც წარმოადგენენ ძირითადი თეორემის შედეგს. მეორე პარაგრაფში გადმოცემულია დამხმარე დებულებები (თეორემა ამონახსნების გაგრძელებადობის და მის წარმოებულის შემოსაზღვრულობის შესახებ, თეორემა $v(t)$ მართვათა კლასი კომპაქტურობის შესახებ,თეორემა ზომადი არჩევის შესახებ), რომლებიც არსებითადგამოიყენება თეორემა

1.1-ის დამტკიცებაში. ძირითადი თეორემა [3]-ში მოყვანილი სქემით დამტკიცებულია მესამე პარაგრაფში. ნაშრომის ბოლოს მოყვანილია დასკვნა და ლიტერატურის ნუსხა.

ნაშრომში მიღებული შედეგების შესახებ გაკეთებული იყო მოხსენება კონფერენციაზე " თსუ ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXVI საერთაშორისო გაფართოებული სხდომები", 19-21 აპრილი, 2022 წელი, http://www.viam.science.tsu.ge/enlarged/2022/programa_geo.pdf

§1.ამოცანის დასმა და ძირითადი შედეგების ფორმულირება

R_x^n აღვნიშნოთ $x=(x^1,...,x^n)^T$ წერტილების ვექტორული სივრცე , სადაც T აღნიშნავს ტრანსპონირებას; $O \subset R_x^n$ არის ღია სიმრავლე, ხოლო $V \subset R_v^m$ და $U \subset R_u^r$ არის კომპა-ქტური სიმრავლეები. ვთქვათ $a < s_{01} < s_{02} < s_{11} < s_{12} < b$ არის მოცემული რიცხვები, ხოლო $\sigma(t),\ \ t \in I = [a,b]$ არის უწყვეტად წარმოებადი დაგვიანების ფუნქცია, რომელიც აკმაყოფილებს პირობებს:

$$\sigma(t) < t,\ \dot{\sigma}(t) > 0,\ \sigma(s_{11}) > s_{02};$$

$\varphi(t) \in O, t \in [\sigma(a), b]$ არის უწყვეტად წარმოებადი საწყისი ფუნქცია. შემდეგ, ვთქვათ

$$A(t,x,v),\ (t,x,v) \in I \times O \times V$$

არის უწყვეტი და x ცვლადის მიმართ უწყვეტად წარმოებადი $n \times n$ განზომილებიანი მატრიც-ფუნქცია, ხოლო

$$f(t,x,u),\ (t,x,u) \in I \times O \times U$$

არის უწყვეტი და x ცვლადის მიმართ უწყვეტად წარმოებადი n განზომილებიანი ვექტორ-ფუნქცია. Δ აღვნიშნოთ უბან-უბან უწყვეტი $v(t) \in V,\ t \in I$ მართვის ფუნქციების სიმრავლე, რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობებს:

1) ნებისმიერი $v(t)$ ფუნქციისთვის არსებობს I ინტერვალის ისეთი დანაწილება
2) $a = \xi_0 < ... < \xi_{k+1} = b$

რომ ღია ინტერვალზე $(\xi_i, \xi_{i+1}), i = 0,...,k$ ფუნქცია $v(t)$ აკმაყოფილებს ლიფშიცის პირობას, ე. ი.

$$| v(t^{'}) - v(t^{''}) | \le L\, | t^{'} - t^{''} |,\ \forall t^{'}, t^{''} \in (\xi_i, \xi_i),\ i = 0,...,k;$$

3) მუდმივები და L არ არიან დამოკიდებული $v(t)$-ზე.

Ω-თი აღვნიშნოთ ზომადი $u(t) \in U,\ t \in I$ მართვის ფუნქციების სიმრავლე. ვთქვათ

$$q^j(t_0, t_1, x_0, x_1),\ j = 0,...,l$$

არის

$[s_{01},s_{01}]\times[s_{11},s_{12}]\times X_0\times O$

საწყისი მონაცემები ვუწოდოთ t_0 საწყისი და t_1 საბოლოო მომენტების, x_0 საწყისი ვექტორის, $v(t)$, $u(t)$ მართვების ერთობლიობას და აღვნიშნოთ w სიმბოლოთი.

ყოველ საწყის მონაცემს

$$w=(t_0,t_1,x_0,v(t),u(t))\in W=[s_{01},s_{02}]\times[s_{11},s_{12}]\times X_0\times\Delta\times\Omega$$

შევუსაბამოთ კვაზი-წრფივი ნეიტრალური დიფერენციალური განტოლება

$$\dot{x}(t)=A(t,x(t),v(t))\dot{x}(\sigma(t))+f(t,x(t),u(t)),t\in[t_0,t_1] \quad (1.1)$$

საწყისი პირობით

$$x(t)=\varphi(t),\ t\in[\sigma(a),t_0),\ x(t_0)=x_0. \quad (1.2)$$

განსაზღვრება 1.1. ვთქვათ $w=(t_0,t_1,x_0,v(t),\ u(t))\in W$ მოცემული საწყისი მონაცემია. $x(t)=x(t;w)\in O,t\in[\sigma(a),t_1]$ ფუნქციას ეწოდება (1)-(2) ამოცანის ამონახსნი ან w საწყისი მონაცემის შესაბამისი ამონახსნი განსაზღვრული $[\sigma(a),t_1]$ ინტერვალზე, თუ იგი აკმაყოფილებს (1.2) პირობას, ხოლო $[t_0,t_1]$ ინტერვალზე აბსოლუტურად უწყვეტია და თითქმის ყველგან აკმაყოფილებს (1,1) განტოლებას.

შევნიშნავთ, რომ განსაზღვრებაში $x(t)=x(t;w)\in O,t\in[\sigma(a),t_1]$ ფუნქციას საწყისი ფუნქციის ნაჭერთან ერთად, ვუწოდებთ ამონახსნს. თუმცა საწყისი ფუნქციის ნაჭერს არავითარი კავშირი არა აქვს ამონახსნის ცნების კლასიკურ გაგებასთან. ფაქტიურად ამონახსნი კლასიკური გაგებით არის ამონახსნის ნაჭერი მოცემულ ინტერვალზე.

ამონახსნის ასეთი განმარტება ნეიტრალურ დიფერენციალურ $[t_0,t_1]$განტოლებების თეორიაში უკვე დამკვიდრებულია. ნეიტრალურ დიფერენციალურ განტოლებების თეორიიდან ცნობილია, რომ (1.1)-(1.2) კოშის ამოცანას საკმარისად მცირე $\delta>0$ ინტერვალზე $[\sigma(a),t_0+\delta]$ყოველთვის აქვს ამონახსნი ანუ ე. წ. ლოკალური ამონახსნი.

განსაზღვრება 1.2. $w\in W$ ეწოდება დასაშვები საწყისი მონაცემი, თუ არსებობს მისი შესაბამისი ამონახსნი და შესრულებულია პირობები

$$q^j(t_0, t_1, x(t_0), x(t_1)) = 0, \ j = 0,...,l, \tag{1.3}$$

სადაც $x(t) = x(t; w), x(t_0) = x_0$.

დასაშვებ ელემენტების სიმრავლე აღვნიშნოთ W_0. შემოვიღოთ ფუმქციონალი

$$J(w) = q^0(t_0, t_1, x(t_0), x(t_1)),$$

სადაც $x(t) = x(t; w), x(t_0) = x_0$.

განსაზღვრება 1.3. $w_0 = (t_{00}.t_{10}, x_{00}, v_0(t), u_0(t)) \in W_0$ საწყის მონაცემს ეწოდება ოტიმალური, თუ შესრულებულია შემდეგი პირობა

$$J(w_0) = \inf \{J(w) : w \in W_0\}. \tag{1.4}$$

(1.1)-(1.4) ამოცანას ეწოდება საწყისი მონაცემების ოპტიმიზაციის ამოცანა.

ახლა მოვიყვანოთ ოპტიმალური საწყისი მონაცემების არსებობის თეორემა, რომელიც წარმოადგენ ნაშრომის ძირითად შედეგს.

თეორემა 1.1. არსებობს ოპტიმალური საწყისი მონაცემი w_0, თუ შესრულებულია შემდეგი პირობები:

1.1) დასაშვებ საწყისი მონაცემების სიმრავლე W_0 არაცარიელია;

1.2) არსებობს რიცხვი $M > 0$ ისეთი, რომ

$$|x(t; w)| \le M, \ t \in [\sigma(a), t_1], \forall w \in W_0;$$

1.3) ნებისმიერი ფიქსირებული $(t, x) \in I \times O$ სიმრავლე

$$P_f(t, x) = \{f(t, x, u) : u \in U\}$$

ამოზნექილია.

შენიშვნა. (1.1) პირობა ნიშნავს, რომარსებობს ერთი დასაშვები საწყისი მონაცემი მაინც. (1.2)-ნიშნავს, რომ დასაშვები საწყისი მონაცემების შესაბამისი ამონახსნები თანაბრად

შემოსაზღვრულია. თუ $f(t,x,u) = B(t,x)u$ და U ამოზნექილია, მაშინ პირობა (1.3) შესრულებულია. თეორემა 1.1 მტკიცდება [3]-ში მოყვანილი მეთოდით.

განვიხილოთ საწყისი მონაცემების ოპტიმიზაციის ამოცანა ფიქსირებული ბოლოებით და ინტეგრალური ფუნქციონალით

$$\dot{x}(t) = A(t,x(t),v(t))\dot{x}(\sigma(t)) + f(t,x(t),u(t)), t \in [t_0,t_1] \qquad (1.5)$$

$$x(t) = \varphi(t),\ t \in [\sigma(a),t_0),\ x(t_0) = x_0,\ x(t_1) = x_1, \qquad (1.6)$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \left[a^0(t,x(t),v(t))\dot{x}(\sigma(t)) + f^0(t,x(t),u(t))\right]dt \to \min, \qquad (1.7)$$

სადაც $a^0(t,x,v)$ არის n-განზომილებიანი სვეტ-ვექტორი უწყვეტი და უწყვეტად წარმოებადი მე-2 არგუმენტის მიმართ; ანალოგიურ პირობებს აკმაყოფილებს $f^0(t,x,u)$ სკალარული ფუნქცია. $x_0 = (x_0^1,...,x_0^n)^T$ და $x_1 = (x_1^1,...,x_1^n)^T$ ფიქსირებული წერტილებია.

(1.7)-ს ეწოდება ინტეგრალური ფუნქციონალი. (1.5)-(1.7)ამოცანა არის (1.1)-(1.4) ამოცანის კერძო შემთხვევა.

მართლაც,შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$x^0(t) = \int_{t_0}^{t} \left[a^0(\xi,x(\xi),v(\xi))\dot{x}(\sigma(\xi)) + f^0(\xi,x(\xi),u(\xi))\right]d\xi$$

$$q^j(x(t_0)) = x_0^j,\ j = 1,...,n,\ q^{n+m}(x(t_1)) = x_1^m,\ m = 1,...,n;$$

ცხადია, რომ ამოცანა (1.5)-(1.7) ეკვივალენტურია ამოცანის

$$\begin{cases} \dot{x}^0(t) = a^0(t,x(t),v(t))\dot{x}(\sigma(t)) + f^0(t,x(t),u(t)), \\ \dot{x}(t) = A(t,x(t),v(t))\dot{x}(\sigma(t)) + f(t,x(t),u(t)),\ t \in [t_0,t_1], \end{cases} \qquad (1.8)$$

$$x(t) = \varphi(t),\ t \in [\sigma(a),t_0),\ x^0(t_0) = 0, \qquad (1.9)$$

$$q^j(x(t_0)) - x_0^j = 0,\ j = 1,...,n,\ q^{n+m}(x(t_1)) - x_1^m = 0, m = 1,...,n; \qquad (1.10)$$

$$q^0(x^0(t_1)) = x^0(t_1) \to \min\ . \qquad (1.11)$$

ქვემოთ მოყვანილი თეორემა არის თეორემა 1.1-ის შედეგი.

თეორემა 1.2. (1.8)-(1.11) ამოცანისთვის არსებობს ოპტიმალური საწყისი მონაცემი $(t_{00}, t_{10}, v_0(t), u_0(t))$, თუ შესრულებულია შემდეგი პირობები:

1.4) დასაშვებ საწყის მონაცემთა სიმრავლე არაცარიელია;

1.5) დასაშვებ საწყის მონაცემთა შესაბამისი ამონახსნები თანაბრად შემოსაზღვრულია

1.6) ნებისმიერი ფიქსირებული $(t,x) \in I \times O$ სიმრავლე $P_F(t,x)$ ამოზნექილია, სადაც

$F(t,x,u) = (f^0(t,x,u), f(t,x,u)^T$.

ახლა განვიხილოთ ამოცანა ეკონომიკური ზრდის მოდელისთვის, სადაც მარჯვენა ბოლო თავისუფალია, საწყისი და საბოლოო მომენტები ფიქსირებული, ხოლო $U = [u_1, u_2],\ V = [v_1, v_2]$:

$$\begin{cases} \dot{x}^1(t) = x^2(t), \\ \dot{x}^2(t) = \dfrac{1}{d}\left[x^1(t) - a(t, x^1(t), x^2(t), u(t)) - b(t, x^1(t), x^2(t), u(t)) - c(t, v(t))\dot{x}^2(\sigma(t))\right], t \in [t_0, t_1]. \end{cases}$$

(1.12)

$x^1(t_0) = x_0^1,\ x^2(t_0) = x_0^2,\ x^2(t) = g(t), t \in [\sigma(a), t_0),$ (1.13)

$-x^1(t_1) \to \min$. (1.14)

ცხადია ამოცანა (1.12)-(1.14) არის (1.1)-(1.4) ამოცანის კერძო შემთხვევა. რადგანაც მარჯვენა ბოლო თავიუფალია ამიტომ ნებისმიერი $(v(t), u(t)) \in \Delta \times \Omega$ დასაშვებია.აქ იგულისხმება,რომ $\Delta,\ \Omega$ კლასები ამოცანის შესაბამისია.

ქვემოთ მოყვანილი თეორემა არის თეორემა 1.1-ის შედეგი.

თეორემა 1.3. (1.12)-(1.14) ამოცანისთვის არსებობს ოპტიმალური საწყისი მონაცემი $(u_0(t), v_0(t)),$ თუ შესრულებულია შემდეგი პირობები:

1.7) დასაშვებ საწყის მონაცემთა შესაბამისი ამონახსნები თანაბრად შემოსაზღვრულია

1.8) სიმრავლე

$\left\{-a(t, x^1, x^2, u) - b(t, x^1, x^2, u)) : u \in U\right\}$ ამოზნექილია.

§2. დამხმარე დებულებები

ვთქვათ $K \subset O$ და $K_1 \subset O$ ისეთი კომპაქტური სიმრავლეა,რომ K_1 შეიცავს K -ის რაიმე მიდამოს.

თეორემა 2.1. არსებობენ უწყვეტად დიფერენცირებადი ფუნქცია

$\chi(x),\ x \in R^n$ და კომპაქტური სიმრავლე $Q \subset K_1$ ისეთი, რომ Q შეიცავს K რაიმე მიდამოს

და $\chi(x) = \begin{cases} 1,\ x \in Q, \\ 0, x \notin K_1. \end{cases}$ (2.1)

ყოველ

$\mu = (t_0, x_0, v(t), u(t)) \in \Pi = [s_{01}, s_{02}] \times X_0 \times \Delta \times \Omega$

ელემენტს შევუსაბამოთ ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლება

$$\dot{\psi}(t) = G(t, \psi(t), v(t)) h(t_0, \dot{\varphi}, \dot{\psi})(\sigma(t)) + g(t, \psi(t), u(t)),\ t \in I \qquad (2.2)$$

საწყისი პირობით

$$\psi(t_0) = x_0, \qquad (2.3)$$

სადაც

$$G(t, x, v) = \chi(x) A(t, x, v), \qquad g(t, x, u) = \chi(x) f(t, x, u),$$

$$h(t_0, \dot{\varphi}, \dot{\psi})(\sigma(t)) = \begin{cases} \dot{\varphi}(\sigma(t)),\ \ a < t < \rho(t_0), \\ \dot{\psi}(\sigma(t)),\ \ \rho(t_0) < t < b, \end{cases}$$

$\rho(t)$ არის $\sigma(t)$ ფუნქციის შებრუნებული.

ადვილი შესამჩნევია რომ (2.2) განტოლება, როცა

$t \in [a, \rho(t_0))$ არის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლება

$\dot{\psi}(t) = G(t, \psi(t), v(t)) \dot{\varphi}(\sigma(t)) + g(t, \psi(t), u(t)),$ ხოლო, როცა

$t \in (\rho(t_0), b]$ არის ნეიტრალური დიფერენციალური განტოლება.

$$\dot{\psi}(t) = G(t,\psi(t),v(t))\dot{\psi}(\sigma(t)) + g(t,\psi(t),u(t)).$$

განსაზღვრა 1.1. $\psi(t) = \psi(t;\mu) \in R^n, t \in I$ ფუნქციას ეწოდება (2.2)-(2.3) ამონახნი ან μ ელემენტის შესაბამისი ამონახსნი განსაზღვრული I -ზე, თუ იგი აკმაყოფილებს (2.3) პირობას, აბსოლუტურად უწყვეტია და თითქმის ყველგან I -ზე აკმაყოფილებს (2.2) განტოლებას.

თეორემა 2.2. $\mu \in \Pi$ ელემენტს შეესაბამება ერთადერთი ამონახსნი $\psi(t) = \psi(t;\mu) \in K_1, t \in I.$

ეს თეორემა ეკუთვნის თ. თადუმაძესა და თ. შავაძეს და მისი დამტკიცება არსებობს ხელნაწერის სახით.

თეორემა 2.3. ვთქვათ, $(t_{0i}, t_{1i}, x_{0i}, v_i(t), u_i(t)) \in W$ და $q_i(t) \in K_0$, $t \in [t_{0i}, t_{1i}]$, $i = 1,...$ არის

$$\dot{q}(t) = A(t,q(t),v_i(t))h(t_{0i},\dot{\varphi},\dot{q})(\sigma(t)) + f(t,q(t),u_i(t)),\ t \in [t_{0i}, t_{1i}], \qquad (2.4)$$

$$q(t_{0i}) = x_{0i} \qquad (2.5)$$

ამოცანის ამონახსნი, ამასთან

$$t_{0i} \to t_{00},\ t_{1i} \to t_{10}.$$

მაშინ არსებობს რიცხვები $\delta > 0$ და $M > 0$ ისეთი, რომ საკმარისად დიდი i_0 -თვის (2.4)-(2.5) ამოცანის ამონახსნია $\psi_i(t), i \ge i_0$ რომელიც განსაზღვრულია $[t_{00} - \delta, t_{10} + \delta] \subset I$ ინტერვალზე.

გარდა ამისა,

$$\psi_i(t) \in K_1,\ |\dot{\psi}_i(t)| \le M,\ t \in [t_{00} - \delta, t_{10} + \delta]$$

და

$$\psi_i(t) = q_i(t), t \in [t_{0i}, t_{1i}] \subset [t_{00} - \delta, t_{10} + \delta].$$

დამტკიცება: ვთქვათ $\varepsilon > 0$ იმდენად მცირე,რომ K სიმრავლის ε მიდამო

$$K(\varepsilon) = \{x \in O : \exists \hat{x} \in O, | x - \hat{x} | \leq \varepsilon\}$$

შედის int K_1-ში. ყოველი $i = 1,...$-თვის $\mu_i = (t_{0i}, x_{0i}, v_i(t), u_i(t)) \in \Pi$ ელემენტს შეესაბამება ამონახსნი $\psi_i(t) \in K_1$, რომელიც განსაზღვრულია I-ზე.

(იხ. თეორემა 2.2). რადგანაც

$$q_i(t) \in K \subset Q \subset K_1, t \in [t_{0i}, t_{1i}],$$

ამიტომ

$$\chi(q_i(t)) = 1, \ t \in [t_{0i}, t_{1i}],$$

(იხ.(2.1)), ე.ი. $q_i(t)$ არის $\mu_i = (t_{0i}, x_{0i}, v_i(t), u_i(t)) \in \Pi$ ელემენტის შესაბამისი ამონახსნი განსაზღვრული$[t_{0i}, t_{1i}] \subset I$. ერთადერთობის გამო

$$\psi_i(t) = q_i(t), t \in [t_{0i}, t_{1i}]. \qquad (2.6)$$

ახლა დავამტკიცოთ $M > 0$ რიცხვის არსებობა, როლისთვისაც შესრულდება უტოლობა

$$|\dot{\psi}_i(t)| \leq M, \ t \in I. \qquad (2.7)$$

ფუნქციები $G(t, x, v)$ და $g(t, x, u)$ უწყვეტია , შესაბამისად , კომპაქტურ $I \times K_1 \times V$ და $I \times K_1 \times U$ სიმრავლეებზე. ამიტომ არსებობს რიცხვები $N_1 > 0, \ N_2 > 0$ რომ

$$| G(t, x, v) | \leq N_1, \forall (t, x, v) \in I \times K_1 \times V;$$

$$| g(t, x, u) | \leq N_2, \forall (t, x, u) \in I \times K_1 \times U.$$

(2.7) დავანტკიცოთ ბიჯის მეთოდით მარცხნიდან მარჯვნივ.

პირველი ბიჯი. $t \in [a, \rho(t_0)]$, მაშინ (2.2)-დან მივიღებთ

$$| \dot{\psi}_i(t) | \leq N_1 \| \dot{\varphi} \| + N_2 = M_1, \ t \in [a, \rho(t_0)],$$

სადაც

$\| \dot{\varphi} \| = \sup \{ | \dot{\varphi}(t) | : t \in [\sigma(a), b] \}.$

მეორე ბიჯი. $t \in [\rho(t_0), \rho(\rho(t_0)]$, მაშინ

$$| \dot{\psi}_i(t) | \leq N_1 M_1 + N_2 = M_2 , \ t \in [\rho(t_0), \rho(\rho(t_0))].$$

პროცესი გაგრძელდება მანამდე სანამ არ მივალთ b წერტილამდე. შევნიშნავთ, რომ ბიჯების რაოდენობა აუცილებლად იქნება სასრული.ამრიგად, მივიღებთ რიცხვთა

$M_1, M_2, ...$ სასრულ მიმდევრობას, მათ შორის უდიდესი იქნება საძებნი რიცხვი M.

დამტკიცების გაგრძელება. არსებობს ისეთი რიცხვი $\delta_0 > 0$,რომ ყოველი $i = 1,...$-თვის შესრულებულია პირობები:

$$[t_{0i} - \delta_0 , t_{1i} + \delta_0] \subset [s_{01} - \delta_0 , s_{12} + \delta_0] \subset I;$$

$$| \psi_i (t_{0i}) - \psi_i (t) | \leq \int_t^{t_{0i}} [| G(s, \psi_i(s), v_i(s)) h(t_{0i}, \dot{\varphi}, \dot{\psi}_i)(\sigma(s)) | + | g(s, \psi_i(s), u_i(s)) |] ds \leq \varepsilon,$$

$$t \in [t_{0i} - \delta_0 , t_{0i}]; \qquad (2.8)$$

$$| \psi_i (t_{1i}) - \psi_i (t) | \leq \int_{t_{1i}}^{t} [| G(s, \psi_i(s), v_i(s)) h(t_{0i}, \dot{\varphi}, \dot{\psi}_i)(\sigma(s)) | + | g(s, \psi_i(s), u_i(s)) |] ds \leq \varepsilon,$$

$$t \in [t_{1i} , t_{0i} + \delta_0] \qquad (2.9)$$

(ინტეგრალქვეშა ფუნქციები შემოსაზღვრულია). (2.6) ტოლობიდან და (2.8)-(2.9) უტოლობებიდან დავასკვნით, რომ

$$\psi_i (t) \in K_0 (\varepsilon) \subset Q, \ t \in [t_{0i} - \delta_0 , t_{i0} + \delta_0].$$

ე.ი. $\chi(\psi_i(t)) = 1$. ამრიგად, $\psi_i(t)$ არის (2.2)-(2.3) ამოცანის ამონახსნი და წარმოადგენს $q_i(t)$ ამონახსნის გაგრძელებას. ვთქვათ, $\delta \in (0, \delta_0)$, მაშინ

$t_{0i} \to t_{00}, \ t_{1i} \to t_{10}$ გათვალისწინებით საკმარისად დიდი i_0 -თვის გვექნება

$$[t_{0i} - \delta_0 , t_{1i} + \delta_0] \supset [t_{00} - \delta, \ t_{10} + \delta] \supset [t_{0i} , t_{1i}], \ i \geq i_0 .$$

თეორემა 2.4.([3]). ვთქვათ, $v_i(t) \in \Delta,\ i = 1,2,\ldots$ მაშინ არსებობს ქვემიმდევრობა ,რომელიც კრებადია $v_0(t) \in \Delta$ ფუნქციისკენ ყოველი $t \in I$ გარდა k -ზე არა უმეტეს წერტილისა.

თეორემა 2.5.([4]). ვთქვათ, $p(t,u) \in R^n$ უწყვეტი ფუნქციაა $I \times U$ -ზე და ვთქვათ $P(t) \in \{p(t,u) : u \in U\}$ ამოზნექილი სიმრავლეა. ვთქვათ, $p_i(t) \in L(I), i = 1,2,\ldots$ და $p_i(t) \in P(t)$ თითქმის ყველა $t \in I$ -თვის. გარდა ამისა, $p_i(t) \to p(t)$ სუსტად I -ზე. მაშინ $p(t) \in P(t)$ თითქმის ყველა $t \in I$ -თვის არსებობს ზომადი ფუნქცია $u(t) \in U, t \in I$ ისეთი, რომ $p(t,u(t)) = p(t)$ თითქმის ყველა $t \in I$ -თვის.

§3. თეორემა 1.1 დამტკიცება

ვთქვათ

$$w_i = (t_{0i}, t_{1i}, x_{0i}, v_i(t), u_i(t)) \in W_0, i = 1,2,...$$

მინიმიზირებადი მიმდევრობაა, ე. ი.

$$\lim_{i\to\infty} J(w_i) = \hat{J} = \inf \{J(w) : w \in W_0\}.$$

ზოგადობის შეუზღუდავად ვიგულისხმოთ, რომ

$$\lim_{i\to\infty} t_{0i} = t_{00}, \lim_{i\to\infty} t_{1i} = t_{10}, \lim_{i\to\infty} x_{0i} = x_{00},$$

ხოლო

$$\lim_{i\to\infty} v_i(t) = v_0(t)$$

ყველა $t \in I$ -თვის გარდა k -ზე მეტი რაოდენობა წერტილებისა (იხ.თეორემა2.4)

თეორემა 2.3 თანახმად არსებობს (2.4)-(2.5) ამოცანის ამონახსნი

$\psi_i(t), t \in I_1 = [t_{00} - \delta_0, t_{10} + \delta_0], i = 1,2,...$,რომელიც აკმაყოფილებს პირობას

$$\psi_i(t) \in K_1, \ |\dot{\psi}_i(t)| \le M,$$

სადაც $K_1 \subset O$ კომპაქტური სიმრავლე შეიცავს K -ის რაიმე მიდამოს გარდა ამისა,

$$\psi_i(t) = x_i(t) = x(t; w_i), t \in [t_{0i}, t_{1i}] \subset I_1, i = 1,2,....,$$

ნებისმიერი $t^{'}, \ t^{''} \in I_1$ ადგილი აქვს

$$\left|\psi_i(t^{'}) - \psi_i(t^{''})\right| \le \left|\int_{t^{'}}^{t^{''}} |\dot{\psi}_i(t)|\, dt\right| \le M\, |t^{''} - t^{'}|, \forall t^{'}, t^{''} \in I_1. \qquad (3.1)$$

$\psi_i(t), t \in I_1, i = 1,2,...$ მიმდევრობისთვის არცელა-ასკოლის ლემის თანახმად არსებობს ქვემიმდევრობა, რომელსაც კვლავ აღვნიშნავთ $\psi_i(t), i = 1,2,...,$ ისეთი,რომ $\lim_{i\to\infty} \psi_i(t) = \psi_0(t)$ თანაბრად I_1 ინტერვალზე.

გადავიდეთ ზღვარზე (3.1)-ში, მივიღებთ

$$\left|\psi_0(t^{'}) - \psi_0(t^{''})\right| \le M \,|\, t^{''} - t^{'} \,|, \forall t^{'}, t^{''} \in I_1.$$

აქედან ვასკვნით,რომ $\psi_0(t), t \in I_1$ აბსოლუტურად უწყვეტია.რადგანაც მიმდევრობა $\dot{\psi}_i(t), i = 1,2,...,$ შემოსაზღვრულია, ამიტომ დაუნფორდ-პეტისის თეორემის თანახმად $\dot{\psi}_i(t), i = 1,2,...,$ მიმდევრობიდან შეიძლება გაოიყოს ქვემიმდევრობა, რომელსაც კვლავ აღვნიშნავთ $\dot{\psi}_i(t), i = 1,2,...,$ რომელიც სუსტად კრებადია I_1 -ზე რაიმე ინტეგრებად $\gamma(t)$ ფუნქციისკენ. ამრიგად, I_1 ინტერვალზე ერთის მხრივ გვექნება

$$\psi_0(t) = \lim_{i\to\infty} \psi_i(t) = \lim_{i\to\infty} \left[x_{0i} + \int_{t_{0i}}^{t} \dot{\psi}_i(s) ds \right] = x_{00} + \int_{t_{00}}^{t} \gamma(s) ds,$$

ხოლო მეორე მხრივ

$$\psi_0(t) = x_{00} + \int_{t_{00}}^{t} \dot{\psi}_0(s) ds, \text{ ე.ი.}$$

$$\lim_{i\to\infty} \dot{\psi}_i(t) = \dot{\psi}_0(t)$$

სუსტად I_1 ინტერვალზე. ადვილი მისახვედრია, რომ

$$\psi_i(t) = x_{0i} + z_{0i}(t) + z_{1i}(t), t \in I_1, \tag{3.2}$$

სადაც

$$z_{0i}(t) = \int_{t_{0i}}^{t} A(s, \psi_i(s), v_i(s)) h(t_{0i}, \dot{\varphi}, \dot{\psi}_i)(\sigma(s)) ds,$$

$$z_{1i}(t)=\int_{t_{0i}}^{t} f(s,\psi_i(s),u_i(s))ds$$

(იხ. (2.4)-(2.5)). გარდავქმნათ $z_{0i}(t)$:

$$z_{0i}(t)=\int_{t_{0i}}^{t_{00}} A(s,\psi_i(s),v_i(s))h(t_{0i},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))ds+\int_{t_{00}}^{t} A(s,\psi_i(s),v_i(s))h(t_{0i},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))ds.$$

ცხადია

$$\int_{t_{0i}}^{t_{00}} A(s,\psi_i(s),v_i(s))h(t_{0i},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))ds\to 0.$$

შემდეგ,

$$\int_{t_{00}}^{t} A(s,\psi_i(s),v_i(s))h(t_{0i},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))ds=\int_{t_{00}}^{t} A(s,\psi_i(s),v_i(s))[h(t_{0i},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))-h(t_{00},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))]ds$$

$$+\int_{t_{00}}^{t} A(s,\psi_i(s),v_i(s))h(t_{00},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))ds; \qquad (3.3)$$

$$\int_{t_{00}}^{t} A(s,\psi_i(s),v_i(s))[h(t_{0i},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))-h(t_{00},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))]ds$$

$$=\int_{\min\{\rho(t_{00}),\rho(t_{0i})\}}^{\max\{\rho(t_{00}),\rho(t_{0i})\}} A(s,\psi_i(s),v_i(s))[h(t_{0i},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))-h(t_{00},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))]ds\to 0$$

რადგანაც : თუ $t\in[t_{00},\min\{\rho(t_{00}),\rho(t_{0i})\}$ მაშინ

$$h(t_{0i},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))-h(t_{00},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))=\dot\varphi(\sigma(s))-\dot\varphi(\sigma(s))=0;$$

თუ $t>\max\{\rho(t_{00}),\rho(t_{0i})\}$,მაშინ

$$h(t_{0i},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))-h(t_{00},\dot\varphi,\dot\psi_i)(\sigma(s))=\dot\psi(\sigma(s))-\dot\psi(\sigma(s))=0;$$

სხვაობა აკმაყოფილებს პირობას

$$\max\{\rho(t_{00}),\rho(t_{0i})\}-\min\{\rho(t_{00}),\rho(t_{0i})\}\to 0.$$

გარდავქმნათ (3.3)-ის მე-2 შესაკრები: ვთქვათ $t\in[t_{00},\rho(t_{00}))$, მაშინ

$$\int_{t_{00}}^{t} A(s,\psi_i(s),v_i(s))h(t_{00},\dot{\varphi},\dot{\psi}_i)(\sigma(s))ds = \int_{t_{00}}^{t} A(s,\psi_i(s),v_i(s))\dot{\varphi}(\sigma(s))ds \to \int_{t_{00}}^{t} A(s,\psi_0(s),v_0(s))\dot{\varphi}(\sigma(s))ds.$$

ვთქვათ $t \in [\rho(t_{00}), t_{10} + \delta_0]$,მაშინ

$$\int_{t_{00}}^{t} A(s,\psi_i(s),v_i(s))h(t_{00},\dot{\varphi},\dot{\psi}_i)(\sigma(s))ds = \int_{t_{00}}^{\nu(t_{00})} A(s,\psi_i(s),v_i(s))\dot{\varphi}(\sigma(s))ds + \int_{\nu(t_{00})}^{t} A(s,\psi_i(s),v_i(s))\dot{\psi}_i(\sigma(s))ds \to$$

$$\to \int_{t_{00}}^{\nu(t_{00})} A(s,\psi_0(s),v_0(s))\dot{\varphi}(\sigma(s))ds + \int_{\nu(t_{00})}^{t} A(s,\psi_0(s),v_0(s))\dot{\psi}_0(\sigma(s))ds.$$

ამრიგად, როცა $t \in [t_{00} - \delta_0, \rho(t_{00}))$ გვექნება

$$z_{0i}(t) \to \int_{t_{00}}^{t} A(s,\psi_0(s),v_0(s))\dot{\varphi}(\sigma(s)ds,$$

ხოლო თუ $t \in [\rho(t_{00}), t_{10} + \delta_0]$,მაშინ

$$z_{0i}(t) \to \int_{t_{00}}^{\rho(t_{00})} A(s,\psi_0(s),v_0(s))\dot{\varphi}(\sigma(s))ds + \int_{\rho(t_{00})}^{t} A(s,\psi_0(s),v_0(s))\dot{\psi}_0(\sigma(s))ds \quad (3.4)$$

შესაბამისად, მივიღებთ

$$z_{1i}(t) = \int_{t_{0i}}^{t} f(s,\psi_i(s),u_i(s))ds = \int_{t_{0i}}^{t_{00}} f(s,\psi_i(s),u_i(s))ds + \int_{t_{00}}^{t} f(s,\psi_i(s),u_i(s))ds.$$

პირველი შესაკრები მიისწრაფის ნულისკენ, მეორე შესაკრები წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად,-

$$\int_{t_{00}}^{t} f(s,\psi_i(s),u_i(s))ds = \int_{t_{00}}^{t} [f(s,\psi_i(s),u_i(s)) - f(s,\psi_0(s),u_i(s))]ds + \int_{t_{00}}^{t} f(s,\psi_0(s),u_i(s))ds.$$

ფუნქცია $f(t,x,u)$ თანაბრად უწყვეტია კომპაქტზე $I_1 \times K_1 \times U$,ამიტომ

$$f(s,\psi_i(s),u) - f(s,\psi_0(s),u) \to 0$$

ე. ი. პირველი ინტეგრალის ზღვარი ნულია.

$$f_i[s] = f(t,\psi_0(s),u_i(s)) \in P(s,\psi_0(s)), s \in I_1$$

მიმდევრობიდან შეიძლება გამოვყოთ ქვემიმდევრობა, რომელსაც კვლავ აღვნიშნავთ $f_i[s]$, ისეთი რომ

$$f_i[s] \to f_0[s]$$

სუსტად $L_1(I_1)$ სივრცის აზრით. თეორემა 2.5 ძალით

$$f_0[s] \in P(s, \psi_0(s)), s \in I_1$$

და არსებობს $u_0(s) \in \Omega$ ისეთი რომ

$$f_0[s] = f(s, \psi_0(s), u_0(s)).$$

ამრიგად,

$$z_{1i}(s) = \int_{t_{00}}^{t} f(s, \psi_i(s), u_i(s))ds \to \int_{t_{00}}^{t} f(s, \psi_0(s), u_0(s))ds. \qquad (3.5)$$

(3.2)-ში გადავიდეთ ზღვარზე, (3.4) და (3.5) გათვალისწინებით, მივიღებთ

$$\psi_0(t) = \int_{t_{00}}^{\nu(t_{00})} A(s, \psi_0(s), v_0(s))\dot{\varphi}(\sigma(s))ds + \int_{\nu(t_{00})}^{t} A(s, \psi_0(s), v_0(s))\dot{\psi}_0(\sigma(s))ds$$

$$+ \int_{t_{00}}^{t} f(s, \psi_0(s), u_0(s))ds. \quad (3.6)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$x_0(s) = \begin{cases} \varphi(s), s \in [\sigma(a), t_{00}), \\ \psi_0(s), s \in [t_{00}, t_{10}]. \end{cases}$$

(3.6) ასე შეიძლება ჩავწეროთ

$$x_0(t) = x_{00} + \int_{t_{00}}^{t} A(s, x_0(s), v_0(s))\dot{x}_0(\sigma(s))ds + \int_{t_{00}}^{t} f(s, x_0(s), u_0(s))ds, \; t \in [t_{00}, t_{10}]. \quad (3.7)$$

(3.7) ეკვივალეტურია განტოლების

$$\dot{x}_0(t) = A(t, x_0(t), v_0(t))\dot{x}_0(\sigma(t)) + f(t, x_0(t), u_0(t)), t \in [t_{00}, t_{10}]$$

საწყისი პირობით

$$x_0(t) = \varphi(t), [\sigma(a), t_{00}), x_0(t_{00}) = x_{00}.$$

ამრიგად, $x_0(t)=x(t;w_0)$, სადაც $w_0=(t_{00},t_{10},x_{00},v_0(t),u_0(t))$. დავამტკიცოთ w_0 -ის ოპტიმალურობა. რადგანაც

$$w_i=(t_{0i},t_{1i},x_{0i},v_i(t),u_i(t))\in W_0,\, i=1,2,...$$

გვექნება

$$0=\lim_{i\to\infty} q^k(t_{0i},t_{1i},x_{0i},x_i(t_{1i}))=\lim_{i\to\infty} q^k(t_{0i},t_{1i},x_{0i},\psi_i(t_{1i}))=q^k(t_{00},t_{10},x_{00},x_0(t_{10})),k=1,2,,,,,l.$$

ე. ი. $w_0\in W_0$.

$$\hat{J}=\lim_{i\to\infty} J(w_i)=\lim_{i\to\infty} q^0(t_{0i},t_{1i},x_{0i},\psi_i(t_{1i}))=\lim_{i\to\infty} q^0(t_{0i},t_{1i},x_{0i},x_0(t_{10})).$$

w_0 ოპტიმალურობა დამტკიცებულია.

დასკვნა

ორი ტიპის მართვის შემცველი კვაზი-წრფივი ნეიტრალური დიფერენციალური განტოლებისთვის, ზოგადი სასაზღვრო პირობებით და ფუნქციონალით, დამტკიცებულია ოპტიმალური საწყისი მონაცემების არსებობის თეორემა. ადრე განხილული შემთხვევებისგან განსხვავებით, ნაშრომში, განხილულიაშემთხვევა როცა დაგვიანების ეფექტი ცვლადია, ხოლო საწყისი და საბოლოო მომენტები არაფიქსირებული. ზოგადი არსებობის თეორემა, რომელიც წარმოადგენს ნაშრომის ძირითად შედეგს, დაკონკრეტებულია: ამოცანისთვის ინტეგრალური ფუნქციონალით და ფიქსირებული ბოლოებით; ეკონომიკური ზრდის ამოცანისთვის ფიქსირებული დროით და თავისუფალი მარჯვენა ბოლოთი. ოპტიმალური საწყისი მონაცემების არსებობის თეორემები გამოიყენება საწყისი მონაცემების ოპტიმიზაციისა და შებრუნებული ამოცანების მიახლოებითი ამონახსნის აგებაში.

ლიტერატურა

1. J. Hale, Theory of functional differential equations. Springer-Verlag New York, Heidelberg Berlin, 1977.

2. K. P. Hadeler, Neutral delay equations from and for population dynamics. Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations, 11, 2008, 1-18.

3. T. Shavadze, T. Tadumadze, Existence of an Optimal Element for a Class of Neutral Optimal Problem. Mem. Diffferential Equations Math. Phys. 2022 (იბეჭდება).